Superrésolution aveugle d'images par la méthode des sous-espaces

Muriel Gastaud *, Saïd Ladjal et Henri Maître
GET/ENST TSI
46, rue Barrault, 75634, Paris, France
prénom.nom@enst.fr

Thème choisi: 3.7 Restauration, reconstruction, débruitage
Problème traité: Il s'agit de l'adaptation de la méthode des sous-espaces au cas de la superrésolution d'images.
Originalité du travail: Nous exprimons le problème de la superrésolution comme un système à entrées et sorties multiples. Les méthodes proposées pour utiliser la décomposition en sous-espaces dans ce cas reposent sur une séparation de sources qui est impossible quand les sources sont les sous-échantillonnées d'une même image.
Résultats nouveaux: Utilisation des méthodes de sous-espaces pour la superrésolution d'images.

Résumé

Les méthodes à sous-espaces ont été introduites par [4] et développées dans de nombreux articles [1, 2, 3, 5]. Le principe de la méthode est d'analyser la matrice d'autocorrélation des signaux observés afin de décomposer l'espace en une somme directe de l'espace «bruit» et «signal». La détermination de ces deux espaces permet de retrouver les différents noyaux qui ont produit chacun des signaux observés, en faisant l'hypothèse qu'ils proviennent tous d'une même source. La méthode peut être étendue au cas de plusieurs sources, mais dans ce cas une étape de séparation de source est nécessaire [2].
Nous cherchons à adapter cette méthode au cas de la superrésolution. Plus précisément, une même scène est acquise à travers différents filtres. Chaque image est, de plus, sous-échantillonnée: le sous-échantillonnage représente le repliement de spectre qui a lieu dans tout processus d'acquisition d'image. À partir de ces différentes observations, l'on veut retrouver l'image originale. Ce problème peut être vu comme un système à entrées multiples et sorties multiples, où les entrées sont les sous-échantillonnées de l'image d'origine. Dans ce cas, la méthode des sous-espaces nous fournit non pas les filtres mais un ensemble de vecteurs qui sont des mélanges des sous-échantillonnés des filtres réels. Cette confusion des filtres est intrinsèque. La confusion est généralement levée en utilisant une méthode de séparation de sources [2] qu'il est impossible d'appliquer dans notre cas, car les sources ont exactement les mêmes propriétés statistiques et sont fortement corrélées entre elles.
Pour lever la confusion, nous proposons d'utiliser deux fonctionnelles à minimiser par rapport aux filtres. La première consiste à privilégier les filtres réguliers (par rapport à la norme $\mathbb{H}_1$). La seconde consiste à minimiser l'écart entre les images observées refiltrées par les filtres candidats.L'avantage d'utiliser la méthode des sous-espaces est qu'elle réduit la dimension de l'espace affine dans lequel nous recherchons nos filtres. De ce fait, nous pouvons utiliser des *a priori* moins sophistiqués (norme $\mathbb{H}_1$) mais plus simples à mettre en œuvre que d'autres proposées dans la littérature [6]. Dans la section suivante, nous décrivons très brièvement la méthode des sous-espaces ainsi que son extension dans le cas du sous-échantillonnage. Par la suite, nous décrivons la solution que nous proposons problème de l'ambiguïté des filtres. Enfin, nous présentons des résultats expérimentaux qui valident notre méthode.

1 La méthode des sous-espaces

Nous présentons brièvement la méthode des sous-espaces telle qu'introduite dans [3] pour les signaux, puis nous l'étendons au cas de la superrésolution. Cette méthode d'identification aveugle de filtres utilise des statistiques du second ordre. Elle repose sur la détermination des sous-espaces signal et bruit à partir de la décomposition en vecteurs propres de la matrice d'autocorrélation des images en sorties du système,

*Muriel Gastaud est bénéficiaire d'un contrat de post-doctorat GET-ENST avec le soutien de la fondation d'entreprise EADS

et exploite l'orthogonalité des sous-espaces pour pour définir une forme quadratique dont la minimisation permet d'identifier les filtres. Soient $X = [X^{1T} \cdots X^{LT}]^T$ les L images observées après filtrage de l'image originale D par les L filtres H^l de taille $M_y \times M_x$, $l = 1 : L$ (images écrites sous forme vectorielle de taille $N_x N_y$), on a:

$$X = \mathcal{H}D + B \tag{1}$$

$\mathcal{H}$ est un empilement des matrices de filtrages associées à chaque filtre H^l, et B un bruit blanc.

$$\mathcal{H}^l = \begin{pmatrix} \mathcal{H}_0^l & \cdots & \mathcal{H}_{M_x-1}^l & & 0 \\ & \ddots & & \ddots & \\ 0 & & \mathcal{H}_0^l & \cdots & \mathcal{H}_{M_x-1}^l \end{pmatrix} \text{ où } \mathcal{H}_j^l = \begin{pmatrix} h^l(0,j) & \ldots & h^l(M_y-1,j) & & 0 \\ & \ddots & & \ddots & \\ 0 & & h^l(0,j) & \ldots & h^l(M_y-1,j) \end{pmatrix} \tag{2}$$

La méthode des sous-espaces est étendue à la superrésolution en sous-échantillonnant les sorties d'un facteur P. Les sorties sous-échantillonnées sont notées X_{LR} et on a alors:

$$\begin{pmatrix} X_{LR}^1 \\ \vdots \\ X_{LR}^L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathcal{H}_{0,0}^1 & \ldots & \mathcal{H}_{P-1,P-1}^1 \\ \vdots & & \vdots \\ \mathcal{H}_{0,0}^L & \ldots & \mathcal{H}_{P-1,P-1}^L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_{0,0} \\ \vdots \\ D_{P-1,P-1} \end{pmatrix} + B_{LR} \tag{3}$$

où $D_{p1,p2}$ est un des P^2 sous-échantillonnages de l'image originale D, et $\mathcal{H}_{p1,p2}^l$ la matrice de filtrage associée à l'un des $L * P^2$ filtres sous-échantillons des L filtres H^l.

$$cD_{p1,p2} = \begin{pmatrix} d_{0,0} & d_{0,P} & \ldots & d_{0,Ps_x} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ d_{Ps_y,0} & d_{Ps_y,P} & \ldots & d_{Ps_y,Ps_x} \end{pmatrix} \text{ et } H_{p1,p2}^l = \begin{pmatrix} h_{p1,p2}^l & \ldots & h_{p1,p2+(m_x-1)P}^l \\ \vdots & & \vdots \\ h_{p1+(m_y-1)P,p2}^l & \ldots & h_{p1+(m_y-1)P,p2+(m_x-1)P}^l \end{pmatrix}$$

$$m_x = M_x/P, \; m_y = M_y/P, \; s_x = N_x/P + m_x - 1, \; s_y = N_y/P + m_y - 1$$

Le problème de superrésolution s'écrit à présent comme un système à P^2 entrées et L sorties, avec des entrées fortement corrélées puisque sous-échantillons d'une même image. La méthode des sous-espaces ne permet plus d'identifier les filtres mais fournit un ensemble de vecteurs $\mathbb{V}$ qui sont un mélange des sous-échantillonnés des filtres. Les filtres ne sont donc identifiés qu'à une matrice inversible (sous certaines conditions algébriques) (P^2, P^2) près, notée $\mathbb{M}_X$ et telle que:

$$\mathbb{H} = \mathbb{V}\mathbb{M}_X \tag{4}$$

2 Évaluation de la matrice de démultiplexage

La détermination de la matrice $\mathbb{M}_X$ apparaît comme une étape nécessaire pour retrouver les filtres. Dans ce but, nous proposons deux critères afin de lever l'ambiguïté sur les filtres. Dans ce qui suit, et afin d'alléger les notations, nous adoptons une notation continue et monodimensionnelle. Le signal d'origine est vu comme un signal de taille infinie échantillonné à la période 1. Sa transformée de Fourier vit dans $[-1/2, 1/2]$ alors que celle des signaux sous-échantillonnés dans un rapport P est dans $[-1/2P, 1/2P]$. Les $\tilde{H}^l$ sont les filtres que nous cherchons à estimer.

Hypothèse de régularité des filtres : Tout d'abord nous allons choisir les filtres $\tilde{H}^l$ de manière à minimiser une certaine mesure de régularité. Nous avons choisi d'utiliser la semi-norme du carré de la norme du gradient (norme $\mathbb{H}_1$). D'autres normes ont été proposées qui n'ont pas l'inconvénient de flouter les discontinuités. Citons, entre autres, la semi-norme de la variation totale [6]. Cependant, grâce à la méthode des sous-espaces, nos filtres sont contraints de vivre dans un espace affine de petite dimension (i.e. l'intersection de l'image du s.e.v. engendré par l'équation (4) intersecté avec l'espace affine défini par la contrainte $\int H^l(x)dx = 1$ pour tout l). Ceci nous permet de négliger l'effet de floutage introduit par la semi-norme $\mathbb{H}_1$, tout en bénéficiant de sa simplicité de mise en œuvre. Nous proposons donc, comme premier critère à minimiser:

$$J_1(\tilde{H}^1, ..., \tilde{H}^l) = \sum_l \int \left\| \nabla \tilde{H}^l \right\|_2^2. \tag{5}$$

Critère de ressemblance des images doublement filtrées : Le second critère que nous proposons part d'une constatation très simple. Soient une image X filtrée par deux filtres F^1 et F^2, X^1 et X^2 les deux observations correspondantes, et $\tilde{F^1}$ et $\tilde{F^2}$ deux filtres candidats. Alors, il est clair que X^1 filtrée par $\tilde{F^2}$ doit être égale à X^2 filtrée par $\tilde{F^1}$. Cette constatation nous mène à minimiser la fonctionnelle suivante:

$$J_2(\tilde{H}^1, ..., \tilde{H}^l) = \sum_{k,l=1}^{k,l=L} \left\| \tilde{H}^l * X^k - \tilde{H}^k * X^l \right\|_2^2. \tag{6}$$

Figure 1: de gauche à droite: la première image observée; une interpolation bilinéaire de l'image observée; l'image restaurée; l'image originale.

Notons que le repliement de spectre qui affecte les observations rend notre remarque précédente théoriquement fausse. Cependant les images ont une partie très importante de leur énergie dans la partie basse fréquence du spectre. Ceci oblige les filtres minimiseurs à égaliser la partie basse fréquence des images observées. Notons, enfin, que les deux fonctionnelles J_1 et J_2 sont deux formes quadratiques en fonction des $\tilde{H}^l$ et de ce fait sont très facilement minimisables sous les contraintes ((4) et $\int H^l(x)dx = 1, \forall l$).

3 Restauration d'images

Une fois que les filtres ont été déterminés, nous pouvons retrouver l'image d'origine, notée $\tilde{X}$. Nous faisons cela de manière très classique en minimisant une fonctionnelle qui comporte deux termes, le premier d'attache aux données et le second de régularisation:

$$J_3(\tilde{X}) = \sum_{l=1}^{L} \left\| S_P(\tilde{X} * \tilde{H}_l) - X_l \right\|_2^2 + \lambda \int \left\| \nabla \tilde{X} \right\|_2^2, \tag{7}$$

où S_P et l'opérateur de sous-échantillonnage dans un rapport P dans chaque dimension. La minimisation de J_3 requiert l'inversion d'un système linéaire de taille $P^2 \times P^2$ pour chaque composante du spectre de l'image à retrouver.

Expériences: Afin de pourvoir mesurer la précision sur les filtres retrouvés nous devons connaître les filtres originaux parfaitement. Nous avons filtré une image par $L = 6$ filtres gaussiens d'écart-type $0,7; 0,9; 1,0; 1,1; 1,3; 1,5$ fenêtrés sur une fenêtre 6×6 et dont le centre est choisi aléatroirement dans le carré 4×4 central de la fenêtre[1]. Le sous-échantillonnage a été fait dans un rapport $P = 2$. La minimisation de J_1 nous conduit à reconstruire les filtres avec un PSNR (rapport de l'amplitude des filtres et de l'erreur quadratique moyenne)de 22.12dB. La minimisation de J_2 nous permet d'atteindre 21.46dB et le mélange optimal des deux fonctionnelles produit un résultat de 26.17dB. Nous ne proposons pas, pour l'instant, de stratégie pour déterminer le meilleur mélange possible de J_1 et J_2.

Pour valider les filtres retrouvés nous les utilisons pour effectuer la superrésolution de l'image. Les résultats de cette superrésolution aveugle sont donnés à la figure 1. Nous obtenons un PSNR de 26dB pour l'image restaurée.

References

[1] K. Abed-Meraim, and Y. Hua, "Blind identification of multi-input multi-output system using minimum noise subspace," *IEEE Trans. on Signal Proc.*, vol. 45, no. 1, pp. 254–258, 1997.

[2] A. Gorokhov, and P. Loubaton, "Subspace-based techniques for blind separation of convolutive mixtures with temporally correlated sources", *IEEE Trans. on circuits and systems-I: fundamental theory and applications*, vol. 44, pp. 813–820, 1997.

[3] E. Moulines, P. Duhamel, J.-F. Cardoso, and S. Mayrargue, "Subspace methods for the blind identification of multichannel FIR filters," *IEEE Trans. on Signal Proc*, vol. 43, no. 2, pp. 516–525, 1995.

[4] L. Tong, G. Xu and T. Kailath,"A new approach to blind identification and equalization of multipath channels, " in *Asilomar Conf*, Pacific Grove, CA. 1991, pp. 856–860.

[5] W. Wirawan, K. Abed-Meraim, H. Maître, and D. Pierre, "Blind multichannel image restoration using subspace based method," in *Proc. ICASSP*, Hong Kong.2003, vol 5, pp. 9–12.

[6] T.F. Chan, and Chiu-Kwong Wong "Total variation blind deconvolution," in *IEEE Trans. on Image Proc.*, vol 7, No 3, pp. 370–375, 1998.

[1] L'on pourrait objecter que l'image floutée avec un filtre d'écart-type 0.7 n'est que très peu floue. Ce qui est vrai, mais ce faible flou ne fait que renforcer le repliement de spectre, qui est extrêmement fort dans ce cas.