Langage ordinaire et modélisation mathématique : Quelle fonction d'échange dans la loi du mouvement canalisé d'Accot et Zhai ?

Yves Guiard

Laboratoire mouvement et perception
CNRS et Université de la Méditerranée
Marseille, France
yves.guiard@univmed.fr

RESUME
La loi du mouvement canalisé introduite en IHM par Accot et Zhai (A&Z) il y a juste dix ans a été généralement présentée comme une fonction d'échange (*tradeoff*) entre la vitesse et la précision du mouvement, mais cette fonction ne semble pas avoir été véritablement définie. L'article met en relief les multiples approximations verbales consacrées par l'usage, depuis Fitts, dans l'étude des lois élémentaires du mouvement, et présente ensuite en détail la notion de fonction d'échange. Il introduit un certain nombre de distinctions terminologiques grâce auxquelles la loi d'A&Z peut, effectivement, se reformuler explicitement comme une fonction d'échange. L'analyse révèle cependant que la fonction en question concerne, non la vitesse et la précision du mouvement, mais sa durée et son imprécision relative. La question de savoir si la loi d'A&Z implique, à proprement parler, une fonction d'échange entre vitesse et précision du mouvement reste ouverte.

MOTS CLES : Loi du mouvement canalisé, loi de Fitts, fonctions d'échange, épistémologie, modélisation.

ABSTRACT
The steering law, which Accot and Zhai (A&Z) introduced to HCI just ten years ago, has been generally presented as a speed/accuracy tradeoff, but with little explanation of what that phrase means. This paper puts forth various wording inaccuracies that have become customary, since Fitts, in the study of the basic laws of movement. A detailed definition of the tradeoff notion is proposed. With the help of some new terminological distinctions, it is shown that one can indeed express the steering law explicitly as a tradeoff. The analysis, however, reveals that the conflicting quantities are not the speed and the accuracy, but rather the duration and the relative inaccuracy of the steering movement. More work is needed to express the steering law as a speed/accuracy tradeoff.

IHM'07, 13-15 Novembre 2007, Paris, France.

CATEGORIES AND SUBJECT DESCRIPTORS: H.5.2. [User Interfaces]: Interaction styles; I.3.6. [Methodology and Techniques]: Interaction techniques.

GENERAL TERMS: Experimentation

KEYWORDS: Steering law, Fitts' law, tradeoff functions, epistemology, modeling.

INTRODUCTION
Accot et Zhai [1] ont décrit la loi du mouvement canalisé (*steering law*) il y a tout juste dix ans. Dans sa forme globale, qui intéresse tout spécialement l'IHM, la loi d'Accot et Zhai (A&Z) s'écrit :

$$T = a * ID + b \quad (1)$$

où T désigne le temps de parcours d'un chemin avec un curseur d'écran, ID l'indice de difficulté du chemin et a et b des coefficients ajustables (a>0). Quand le chemin est rectiligne ou circulaire (Figure 1), les données expérimentales [1,2,3,4,8] sont compatibles avec un modèle identifiant la difficulté de la tâche au rapport entre la longueur D et la largeur W du chemin—et donc au rapport d'aspect, c'est-à-dire à la forme, dudit chemin:

$$T = a * D/W + b. \quad (2)$$

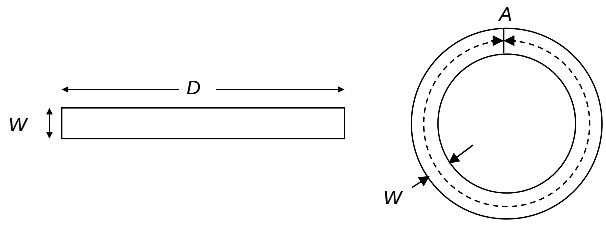

Figure 1 : Chemins rectiligne et circulaire.

La loi d'A&Z est venu utilement compléter, à côté de la loi de Fitts [7,9], l'outillage intellectuel de recherche en IHM. Elle permet par exemple de prédire les temps de parcours horizontal dans les menus hiérarchiques déroulants, dont par ailleurs les temps de parcours verticaux sont prédits par la loi de Fitts [4].

Dans leurs diverses publications sur le sujet, A&Z [1,2,3], qui à ma connaissance n'ont pas été contredits sur ce point, ont présenté l'Equation 2 comme l'expression d'une *fonction d'échange vitesse/précision* (*speed/accuracy tradeoff*), à l'instar de la loi de Fitts dont, selon ces auteurs, la loi du mouvement canalisé constituerait une extension à l'espace 2D.

Cette référence à une fonction d'échange vitesse/précision pourrait être prise comme une observation plus ou moins incidente sur la loi d'A&Z. Après tout, nous pourrions fort bien nous satisfaire de ce que l'Equation 2 délivre les prédictions pratiques dont nous avons besoin dans les évaluations en IHM. La loi d'A&Z nous permet en effet d'inférer avec un risque minime une courbe complète à partir d'un petit nombre de mesures expérimentales (à la limite, deux suffisent) et donc de quantifier la valeur d'une technique ou d'un dispositif d'interaction avec deux nombres seulement, les paramètres a et b de l'Equation 2, ce qui facilite grandement les comparaisons. Ceci reviendrait à ne voir dans l'équation d'A&Z qu'une *simulation* computationnelle des phénomènes étudiés.

Dans une approche plus exigeante, on souhaite identifier la signification théorique des diverses quantités désignées dans l'Equation 2, à savoir les trois variables T, D, W, ainsi que les deux coefficients a et b. Cela implique que l'on fasse correspondre ces quantités avec les éléments de quelque *théorie substantive* [10] dans laquelle on se prononce sur les ingrédients pertinents du problème et sur les relations de causalité qui les lient. Dans cette approche, l'assertion selon laquelle la loi d'A&Z est une fonction d'échange vitesse/précision n'est plus un commentaire marginal ; elle vient, bien au contraire, figurer au cœur de l'explication théorique.

En fait il est facile de voir que cette idée d'une fonction d'échange intéressant la vitesse et la précision dans la tâche de mouvement canalisé ne convient pas. L'Equation 2 décrit la relation entre une mesure de temps T et une certaine mesure de longueur relative, D/W : à l'évidence un temps n'est pas la même chose qu'une *vitesse* ; quant à D/W, l'intuition nous suggère qu'elle devrait avoir quelque chose à voir avec une mesure de *précision*, mais cela reste à vérifier—en fait, nous verrons plus bas que le rapport D/W est inapproprié pour estimer la précision d'un mouvement.

LANGAGE INFORMEL ET MATHEMATIQUE

On entend souvent dire qu'en matière de théorie et d'expérimentation l'étiquetage verbal des variables est une question sans grande importance—une position qui a été poussée à l'extrême dans le domaine des mathématiques pures par le groupe Bourbaki [6]. Du moment, dit-on, que chaque terme est défini de manière univoque, formellement et/ou opérationnellement, on peut progresser sans encombre dans l'analyse des problèmes. Ainsi, peu nous importerait que l'Equation 2 ne mette en scène ni vitesse, ni précision, le consensus selon lequel l'expression « fonction d'échange vitesse précision » dénote l'Equation 2, et rien d'autre, devrait suffire.

Une telle position, à tout le moins dans une discipline qui se réclame de la science empirique, semble bien difficilement défendable. Dans aucun domaine scientifique, aussi rigoureusement formalisé soit-il, on ne peut se passer des mots de la langue ordinaire, comme l'a souligné René Thom à propos de la mécanique [12]. Sous l'hypothèse fort peu plausible que les mots du scientifique ne seraient que paraphrase autour des formalismes mathématiques, il faudrait quand même choisir ladite paraphrase avec soin, ne serait-ce que pour éviter d'éventuels malentendus sémantiques—sous cette hypothèse il y aurait lieu de se prémunir contre le *bruit verbal*. Sous l'hypothèse, incontestablement plus réaliste, que les mots de la langue naturelle nourrissent et inspirent nos analyses tout autant sinon davantage que nos formalismes, la conclusion est la même : les questions de terminologie doivent être prises au sérieux ; il faut non seulement se méfier bien sûr des dérapages sémantiques toujours stérilisants mais encore tirer parti des ressources du langage en s'efforçant de maximiser *l'heuristique verbale*. Sous l'une et l'autre hypothèses, l'importance du choix des mots ne saurait donc être sous-estimée.

Cet article porte un regard critique sur la terminologie en usage dans l'étude de la loi d'A&Z, terminologie conforme à une solide tradition qui remonte au travail princeps de Fitts [7] , bien au-delà de la première publication d'A&Z sur le sujet. L'un des objectifs du présent article est de suggérer, en exploitant l'exemple de la loi d'A&Z, qu'un effort scrupuleux de vérification des termes que nous utilisons, en étroite relation avec leurs contreparties formelles, est scientifiquement payant. Tous les termes importants de la littérature sur la loi d'A&Z—spécialement ceux de *distance*, d'*amplitude*, de *fonction d'échange*, de *vitesse*, de *précision*, et de *difficulté*—ont été, nous allons le voir, employés le plus souvent dans des sens approximatifs, ce qui ne peut qu'obscurcir le raisonnement. L'objet de ce travail est donc de tenter d'accéder à une meilleure compréhension de la loi d'A&Z en débusquant les imprécisions de langage et en fixant une terminologie plus exigeante.

MESURES DU CHEMIN, MESURES DU MOUVEMENT

Introduisons pour commencer la distinction qui s'impose, quoiqu'on l'ait usuellement ignorée, entre les mesures de longueur qui concernent le chemin et celles qui concernent le mouvement. Dans une tâche comme celle d'A&Z, en effet, le chemin est une entité placée sous le contrôle de l'expérimentateur, alors que le mouvement est de la responsabilité du participant—la raison d'être du chemin étant naturellement de contraindre le mouvement.

Distance et tolérance, amplitude et variabilité

Le *chemin* possède une longueur D (la distance séparant le segment de départ du segment cible) et une largeur W ; nous avons affaire ici à des grandeurs déterministes (Figure 1). Quant au *mouvement*, il possède une amplitude que nous désignerons comme A_x et une dispersion que nous désignerons comme σ_y, la mention du x et du y en indice rappelant que ces deux longueurs sont mesurées perpendiculairement l'une à l'autre. Une amplitude de mouvement est intrinsèquement une grandeur stochastique, mais du fait de l'artifice—certainement bienvenu—consistant à ne considérer dans la tâche d'A&Z que la partie pertinente du mouvement, la mesure A_x sera toujours égale à D (et donc déterministe comme D). Quant à la dispersion du mouvement σ_y, elle constitue bien évidemment, à la différence de W, une grandeur stochastique, et elle demeure telle dans le protocole du mouvement canalisé.

Faisant un détour par la littérature sur la loi de Fitts, c'est un fait que, traditionnellement, on a fait peu de cas dans les études du mouvement visuellement guidé de la distinction, pourtant évidente et utile, entre mesures déterministes du matériel expérimental et mesures stochastiques du mouvement effectué sous la contrainte de ce matériel. Pour ne citer que quelques exemples, on trouve chez Fitts [7] la formulation : $T=a+b^* \log_2(2A/W)$, Mackenzie [9] a reformulé la loi de Fitts comme $T=a+b^*\log_2(A/W+1)$, et Meyer et al. [10] comme $T=a+b^*(A/W)^{1/N}$. L'expression fractionnaire A/W qui figure dans le membre droit de ces équations (et de nombreuses autres dans la littérature), et que l'on retrouve de fait dans l'original des formulations d'A&Z [1,2,3], comporte l'incohérence de faire figurer une mesure du mouvement au numérateur et une mesure du matériel au dénominateur.

En fait il semble utile de distinguer une fois pour toutes les deux versions possibles de la loi d'A&Z. Au titre de la variable indépendante, l'une fait intervenir les mesures de longueur et de largeur du matériel, l'autre les paramètres correspondants du mouvement :

Matériel : $T = a * D/W + b$ (3)

Mouvement : $T = a * \mathrm{A}_x/\sigma_y + b$. (4)

La correspondance entre D et A_x d'une part, et entre W et σ_y d'autre part, est directe : la longueur D du chemin détermine l'amplitude A_x du mouvement—mouvement dont on a convenu d'ignorer les phases d'accélération initiale et de freinage terminal avant l'entrée et après la sortie du chemin ; la largeur W du chemin spécifie la marge de tolérance, perpendiculairement au mouvement, allouée au participant, contraignant de la sorte la variabilité σ_y des trajectoires à réaliser. Cependant, outre le fait qu'une correspondance n'est pas une identité, un argument fort en faveur de la distinction recommandée ici est que la corrélation sur laquelle comptent en pratique les expérimentateurs entre ces deux paires de mesures est loin d'être parfaite. Si par construction on obtient toujours $A_x = D$, on n'obtient en revanche pratiquement jamais des participants qu'ils satisfassent la condition[1] $4{,}133\sigma_y = W$. Quand l'expérimentateur rétrécit le chemin, en effet, il observe bientôt des dépassements ($4{,}133\sigma_y>W_y$) ; quand il l'élargit, il constate bientôt une sous-exploitation de la tolérance ($4{,}133\sigma_y<W_y$). Cet effet de gamme, toujours prononcé et systématique [1,2,3,4,8], a conduit récemment Kulikov et al. [8] à recommander l'Equation 4 de préférence à l'Equation 3 comme expression de la loi d'A&Z. Il semble raisonnable en effet, contrairement à l'option adoptée par A&Z [1,2,3], d'accepter les tracés avec dépassements latéraux et d'enregistrer la cinématique complète des trajectoires de manière à évaluer *a posteriori* la tolérance que les participants se sont accordée effectivement dans chaque parcours.

Difficulté vs. précision

Il convient de garder à l'esprit, on vient de le voir, la distinction entre amplitude et distance (A_x vs. D) et entre variabilité du mouvement et marge de tolérance (σ_y vs. W). De même, il semble important, bien que malheureusement inhabituel dans l'étude de la loi d'A&Z (et de Fitts), de distinguer les notions de *difficulté* et de *précision* : la première notion renvoie au matériel, la seconde au mouvement. Ainsi, il semble prudent au plan terminologique d'admettre qu'un chemin est plus ou moins « difficile » (une notion liée au rapport d'aspect D/W de l'Equation 3) tandis qu'un mouvement est plus ou moins « précis » (ce qui renvoie à l'autre rapport d'aspect, A_x/σ_y, propre à l'équation 4).

FONCTION D'ECHANGE : UNE METAPHORE RIGOUREUSE ET RICHE D'IMPLICATIONS

Abondamment utilisé en psychologie comme dans beaucoup d'autres domaines, le terme de fonction d'échange (*tradeoff*) véhicule une métaphore économique dans laquelle on peut identifier une inspiration utilitariste [5,12].

Coûts et bénéfices

La métaphore de la fonction d'échange exprime en effet une dépendance entre des variables d'un genre particulier que l'on désigne comme des *utilités.* Selon que

[1] Sous l'hypothèse que la position en y du curseur lors de sa progression en x est assimilable à du bruit gaussien, l'écart type $\sigma_y = W/4{,}133$ est celui d'une trajectoire contenue à 96% à l'intérieur des limites du chemin. Si les participants étaient capables de respecter exactement cette proportion, l'imprécision relative de leur mouvement serait invariablement égale à 4% [8].

l'utilité est positive ou négative, on parlera de *bénéfice* ou de *coût* (là où, au temps des Lumières, Jeremy Bentham [5] utilisait, tout à fait génériquement, les termes de *pleasure* et de *pain*). Par hypothèse, un bénéfice est une grandeur à *maximiser* et un coût une grandeur à *minimiser*—ce que les consignes, précisément, imposent dans les expérimentations psychologiques.

On peut aisément discerner deux cas de figure selon que les deux variables mises en relation représentent des utilités de même signe ou des utilités de signes opposés. Pour des utilités de même signe (par exemple, la quantité et la qualité de la production dans une chaîne de montage), la fonction d'échange prendra la forme d'une relation décroissante; si les signes sont opposés (comme par exemple dans la relation entre la durée moyenne de réalisation de l'unité et la qualité moyenne de la production), la relation sera croissante.

Limitation des ressources

Le recours au concept de fonction d'échange implique que l'on reconnaisse et accepte le postulat d'une *limitation des ressources*, le terme de ressources désignant delon le cas des moyens financiers, de l'énergie ou de l'attention. Dans une expérience sur la loi d'A&Z (ou de Fitts), on demande au participant de s'investir entièrement dans la tâche : il s'agit d'exécuter la tâche aussi rapidement que possible tout en respectant le niveau de précision recommandé. On notera que ce n'est que sous le postulat d'une limitation des ressources (d'attention ou de traitement de l'information) qu'une telle consigne trouve sa justification : si le participant se conforme à la consigne en mobilisant la totalité de ses ressources, et à cette condition seulement, on pourra en effet postuler que la quantité de ressources mises en œuvre dans la situation est une *constante*.

Stratégie d'affectation des ressources

Une autre notion indissociablement liée à l'idée de fonction d'échange est celle de *stratégie* d'affectation des ressources. Parce que les ressources, par hypothèse, sont rares, leur exploitation posent nécessairement un problème d'optimisation. Par exemple si, à ressources constantes, on décide d'augmenter la production journalière d'une chaîne de montage industrielle, on risque fort de provoquer une baisse de la qualité moyenne de la production. En présence de ressources limitées, le problème stratégique est celui du choix d'un compromis au regard des contraintes de la situation. Comme nous le verrons, la courbe d'une fonction d'échange n'est autre que la description de l'ensemble des compromis possibles pour un *pool* de ressources donnée.

QUELLES UTILITES DANS LA TACHE D'A&Z ?

Voyons à présent comment appliquer le modèle général de la fonction d'échange à notre problème de mouvement canalisé. Si, comme on l'a supposé généralement sans se préoccuper de vérification, la loi d'A&Z exprimait une fonction d'échange entre la vitesse et la précision du mouvement, on attendrait une relation *décroissante* entre deux variables. En effet, des utilités positives comme la vitesse et la précision entreront inévitablement en conflit si l'on tente de les maximiser concurremment, puisqu'on doit les supposer dépendantes d'un pool de ressources commun. Or la loi d'A&Z consiste en une relation croissante, comme l'indique l'Equation 2. Donc nous n'avons pas affaire à la fonction d'échange annoncée. Pour y voir plus clair, examinons plus attentivement l'Equation 2.

La variable dépendante, nous l'avons noté, n'est pas une vitesse, mais un temps. Comme il existe plus d'une manière de convertir un temps en une vitesse (par exemple, $1/T$ et A_x/T), une telle conversion demanderait une analyse et des justifications. En fait nous pouvons laisser cette difficulté de côté en nous contentant de noter que la mesure brute du temps que nous proposent A&Z convient parfaitement en tant que terme d'une fonction d'échange. Dans le contexte d'une tâche de laboratoire, en effet, on peut admettre que le temps de parcours du chemin constitue en soi une utilité négative, utilité négative que la consigne, d'ailleurs, invite explicitement à minimiser.[2]

La variable indépendante de l'équation d'A&Z, à savoir D/W ou A_x/σ_y, est plus problématique. En rapportant la longueur en x du chemin à sa largeur en y, comme on le fait invariablement depuis A&Z [1], on obtient un nombre sans dimension, le rapport d'aspect du chemin, qui spécifie une forme. En toute rigueur ce nombre doit être pris, non comme une mesure de précision, mais bien comme une mesure d'*amplitude relative*, puisque ce nombre mesure la distance à parcourir mesurée en unités de tolérance. Pour se rapprocher d'une véritable mesure de précision, il convient de commencer par une inversion du rapport D/W. Avec W/D (qui contrôle σ_y/A_x, une sorte de coefficient de variation caractérisant le mouvement et dont on peut donc dire qu'il exprime une variabilité relative), nous disposons d'une mesure de l'*imprécision relative* du mouvement.

Mais ce n'est pas suffisant. Une étape supplémentaire de transformation sera nécessaire si nous tenons vraiment à une authentique mesure de *précision*. En transposant la logique employée dans un contexte bien différent[3] par

[2] Il est intéressant de constater que la psychologie expérimentale, depuis ses origines, a systématiquement vu dans la durée des actions humaines une utilité négative à minimiser—ignorant que l'utilité en question change de signe dès lors que l'on se tourne vers des contextes de plaisirs ou de loisirs. C'est que la psychologie expérimentale s'est constituée essentiellement comme une science du travail (pénible), dans une perspective conforme aux idées de Taylor [14].

[3] Le problème de Meehl [8] était de savoir comment évaluer le succès prédictif d'une théorie. Pour ce faire Meehl a développé

Meehl [8], nous pourrions par exemple calculer la différence 1 - (σ_y/A_x), exprimant ainsi une précision relative de mouvement. Ceci supposerait que l'on pose comme définition qu'un chemin carré, de rapport d'aspect unité, suscite un mouvement de précision nulle—en effet, si $\sigma_y=A_x$, alors le rapport $\sigma_y/A_x=1$ et donc notre indice de précision relative vaut 0. Une telle mesure, reposant sur un zéro arbitraire, encore que non dénué de bon sens, s'inscrirait de la sorte sur une échelle à intervalles égaux—niveau de mesure suffisant pour la modélisation quantitative qui nous occupe.

En fait, la mesure brute d'imprécision relative σ_y/A_x, qui correspond, tout comme la variable dépendante *T*, à une utilité négative à minimiser, va nous suffire pour donner à la loi d'A&Z la forme d'une fonction d'échange. Pour récapituler, nous allons donc raisonner sur la relation entre deux utilités négatives, le *temps T* (nous conservons ainsi la variable dépendante d'A&Z) et l'*imprécision relative du mouvement* σ_y/A_x (nouvelle variable indépendante obtenue en inversant la mesure d'amplitude relative utilisée par A&Z). La question est donc de savoir si la minimisation conjointe de ces deux variables se heurte bien à un problème de limitation de ressources, comme on doit s'y attendre sous l'hypothèse d'une fonction d'échange.

FORMULATIONS COMPUTATIONNELLE VS. CONCEPTUELLE DE LA FONCTION D'ECHANGE D'A&Z

Partons de l'Equation 4, qui décrit la loi d'A&Z en termes des paramètres du mouvement. En remplaçant l'amplitude relative du mouvement A_x/σ_y par son inverse σ_y/A_x, nous obtenons :

$$T = \frac{a}{\sigma_y / A_x} + b \qquad (5)$$

On peut donc écrire :

$$(T-b) * \frac{\sigma_y}{A_x} = a \qquad (6)$$

ou bien, en termes de matériel :

$$(T-b) * \frac{W}{D} = a \,. \qquad (7)$$

Pour des raisons qui devraient apparaître plus complètement dans la suite, nous considérerons les nouvelles Equations 6 et 7 comme des expressions *conceptuelles* de la loi d'A&Z, et les Equations 3 et 4, par contraste, comme des expressions *computationnelles* de la loi. Une justification évidente des équations d'origine, exprimées sous la forme $y=a*x+b$, est leur linéarité, laquelle permet notamment de quantifier le degré d'ajustement aux données avec le calcul d'un coefficient de détermination r^2. Mais nous allons voir que la nouvelle version des équations, computationnellement équivalentes aux versions d'origine mais exprimées sous la forme non linéaire $(y-b)*1/x=a$, est plus favorable à la compréhension théorique de la loi du mouvement canalisé.

un *indice de corroboration* dont le calcul comporte une définition soigneusement motivée de la notion de précision.

Consigne, ressources et stratégie

La Figure 2 illustre graphiquement l'Equation 4, et la Figure 3 la nouvelle Equation 6 (que nous préférerons à l'Equation 7 non seulement parce qu'elle semble plus réaliste théoriquement, mais aussi parce que la description de la loi d'A&Z en termes de mouvement conduit à de meilleurs ajustements linéaires que la description en termes de matériel [8]).

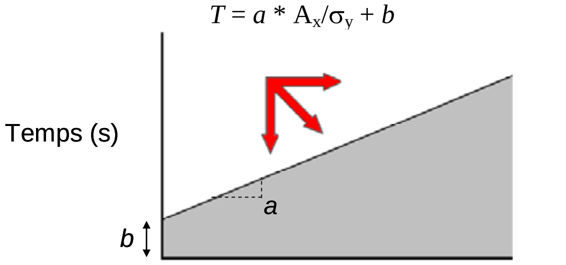

Figure 2 : Illustration graphique de l'Equation 4.

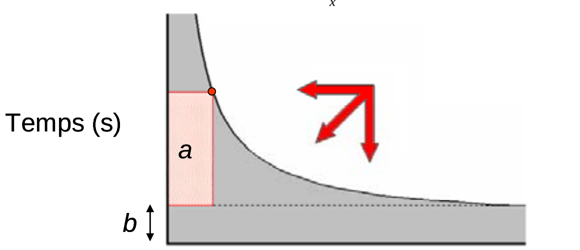

Figure 3 : Illustration graphique de l'Equation 6.

Les schémas de vecteurs servent à indiquer, sur chacun des deux axes du graphique, le sens de l'effort demandé au participant (une minimisation ou une maximisation), ainsi que la direction générale de l'effort résultant. On voit ainsi que dans la Figure 2 l'effort va consister à tenter de minimiser les *y* tout en maximisant les *x*. S'il est évident que le temps de parcours est à minimiser, confirmons que c'est bien d'une *maximisation* qu'il s'agit concernant l'amplitude relative A_x/σ_y. En effet, la valeur du numérateur A_x étant garantie, il va falloir lutter contre une baisse du rapport A_x/σ_y (en quelque sorte, 'pousser vers la droite') en contrant l'évidente tendance inflationniste du dénominateur σ_y. Avec la Figure 3, nous passons à l'autre cas de figure, celui d'un effort allant dans le sens d'une minimisation sur les deux axes.

Dans les deux figures la courbe n'est autre que la frontière entre deux régions de l'espace numérique : au dessus l'ensemble des coordonnées accessibles (espace figuré en blanc), en-dessous l'ensemble des coordonnées inaccessibles (espace figuré en gris) étant données les ressources d'attention ou de capacité de traitement de l'information disponibles dans la tâche. Il est important de garder à l'esprit que sans la *double* pression exercée, via la consigne, sur les performances du participant nous observerions des points dispersés aléatoirement dans la région figurée en blanc, au lieu d'une courbe cohérente.

La Figure 3, avec ses deux utilités négatives à minimiser, illustre de manière parfaitement explicite la fonction d'échange impliquée par la loi d'A&Z. Dans sa nouvelle forme, la loi d'A&Z revient à dire ceci : *le produit de la durée du mouvement par son imprécision relative est une constante.* Ainsi, quand la performance s'améliore sur une dimension, elle se dégrade d'autant sur l'autre. Le coefficient *a*, qui était une pente dans la Figure 2, devient dans la Figure 3 la mesure de l'aire d'un rectangle. Cette aire visualise la *quantité des ressources* disponibles dans la tâche.

Une autre caractéristique importante de la nouvelle représentation mérite d'être soulignée : le *rapport d'aspect* du rectangle de la Figure 3, correspondant à l'expression $(\sigma_y/A_x)/(T\text{-}b)$, spécifie de manière immédiate la *stratégie* d'affectation des ressources. Les points de la courbe, qui ont tous en commun de satisfaire la contrainte d'un produit constant entre le temps et l'imprécision relative, correspondent à autant de stratégies différentes. Observons que la notion de stratégie dont il est question ici implique l'expérimentateur tout autant que le participant : donner à parcourir un certain chemin au participant, c'est lui proposer une certaine abscisse, charge à lui de minimiser l'ordonnée.

Niveau de la mesure sur l'axe des *x* et signification théorique du coefficient *b*

Le coefficient *b* joue dans les Equations 4 et 6 des rôles similaires, respectivement celui d'une ordonnée à l'origine et d'une asymptote. Dans les deux cas, on décrira ce coefficient comme la partie du temps de mouvement qui est insensible aux changements d'affectation des ressources. Il existe toutefois une importante différence entre nos deux représentations au regard de ce coefficient puisque, comme je m'efforce de l'expliquer ci-après, le coefficient en question ne semble être interprétable théoriquement que sous la forme asymptotique propre à l'Equation 6.

Le problème de l'ordonnée à l'origine, qui revient de manière récurrente sur le devant de la scène à propos de la loi de Fitts (pour un débat récent en IHM, voir spécialement [13] vs. [16]), se pose dans les mêmes termes à propos de la loi d'A&Z. Il semble qu'on ait toujours échoué à comprendre depuis Fitts qu'un coefficient qui a la dimension du temps puisse revêtir si souvent des valeurs négatives. Il en va exactement de même avec la loi d'A&Z. Par exemple, dans leur première étude [1] A&Z ont trouvé une ordonnée à l'origine de -188 ms pour les chemins rectilignes ; dans leur seconde étude, où divers dispositifs d'entrée ont été comparés sur une tâche de mouvement canalisé [2], leurs estimations étaient encore dans leur grande majorité nettement négatives.

Sans prétendre résoudre ici cette difficulté, considérons un fait dont, à ma connaissance, il n'a pas été tenu compte jusqu'à ce jour dans les diverses discussions de ce problème. Dans un modèle empirique de la forme $y=a.x+b$, l'ordonnée à l'origine *b* n'est interprétable physiquement—n'a de signification du point de vue de la *théorie substantive*, pour utiliser la terminologie de Meehl [8]—que pour autant que l'origine de l'axe des *x* soit définie de manière non arbitraire. En effet, si l'origine des *x* est fixée arbitrairement (échelle de mesure dite à intervalles égaux, à distinguer de l'échelle de rapport), alors l'ordonnée à l'origine (la valeur du *y* pour x=0) ne peut être qu'une valeur arbitraire. Or nous remarquerons que l'Equation 4 d'A&Z (tout comme l'Equation 3) ne permet pas de définir sur l'axe des *x* un zéro autre qu'arbitraire : l'annulation du rapport A_x/σ_y (ou du rapport *D/W*) est en effet dépourvu de sens physique puisqu'un mouvement d'amplitude nulle pour une variabilité non nulle constitue une impossibilité logique.

Le remplacement, avec l'Equation 6, du rapport A_x/σ_y par son inverse σ_y/A_x, nous permet d'échapper à cette impasse (la remarque vaut naturellement aussi pour l'Equation 7). Un mouvement de variabilité nulle pour une amplitude non nulle est en effet parfaitement défini en tant que minimum théorique d'imprécision relative. Alors que le bruit d'un non-signal échappe à toute définition logique, un signal sans bruit se conçoit fort bien. Peut-être peut-on voir là un argument en faveur des Equations 6 et 7 pour l'expression conceptuelle de la loi d'A&Z.

INTERET DE CETTE REFORMULATION CONCEPTUELLE DE LA LOI D'A&Z

La nouvelle représentation de la loi d'A&Z proposée dans l'équation 6 et la Figure 3 exploite, on l'a vu, une dérivation presque immédiate de l'équation utilisée par A&Z pour décrire la loi du mouvement canalisé. La reformulation, pourtant, paraît éclairante. En substituant une formulation explicite à ce qui n'était qu'une vague suggestion, elle permet d'abord de saisir dans quel sens la loi d'A&Z constitue une fonction d'échange. Ensuite, le modèle théorique de la fonction d'échange, avec ses notions univoques et quantifiées d'utilité, de ressources limitées et de stratégie d'affectation des ressources, donne un sens théorique clair à toutes les entités du modèle, variables et coefficients.

L'analyse qui précède montre que la loi d'A&Z, contrairement à une opinion généralement admise, ne représente pas une fonction d'échange vitesse/précision. Si l'on est attentif aux termes que l'on emploie, on peut dire que cette loi, telle qu'elle a été décrite jusqu'à ce jour sur la base de données expérimentales généralement convainvantes, recèle bien l'existence d'un conflit de ressources, mais ce conflit concerne, à amplitude donnée, la *durée* et l'*im*précision du mouvement. La question de la formulation de la loi d'A&Z en termes d'un conflit entre *vitesse* et *précision* reste donc entièrement ouverte. Une telle formulation, loin d'aller de soi, est délicate, la définition de chacune des grandeurs en question exigeant, nous l'avons noté en passant, des choix qu'il conviendra de motiver théoriquement. Il y a là sans doute une intéressante perspective de recherche à explorer.

L'un des avantages de notre nouvelle description de la loi d'A&Z est de suggérer certaines possibilités inédites de manipulations expérimentales susceptibles de jeter d'utiles éclairages complémentaires sur les phénomènes étudiés. Parmi les idées à explorer, mentionnons celle d'un protocole où seraient permutées la variable dépendante et les composantes de la variable indépendante. A la lumière de la Figure 3 et du modèle des ressources limitées, il paraît logique de s'attendre à retrouver la même courbe dans des variantes de la tâche où seraient fixées le temps et l'amplitude, la variabilité du mouvement prenant alors le statut d'une variable dépendante, ou bien le temps et la tolérance, l'amplitude devenant alors la variable dépendante. Si, comme A&Z paraissent l'avoir solidement démontré [1,3], l'explication causale de la loi du mouvement canalisé repose bien, d'une part, sur une relation de proportionnalité unissant la vitesse instantanée du curseur à la largeur instantanée du chemin (loi dite « locale ») et, d'autre part, sur un principe d'intégration dont l'extension va évidemment dépendre de la distance, alors ces attentes paraissent raisonnables.

IMPLICATIONS POUR L'IHM

La loi du mouvement canalisé d'A&Z, que nous connaissons depuis dix ans, suscite un intérêt croissant en IHM à une époque où les dispositifs d'entrée ne cessent de se diversifier. On constate notamment une montée en puissance de la tablette graphique, dans toute une diversité de formats, un type de technologie qui tend à favoriser l'exécution de tracés, à côté voire à la place du pointage classique. Dans ce contexte général on peut s'attendre à ce que la loi d'A&Z revête, en tant que modèle quantitatif, une importance durable dans le champ de l'évaluation IHM. En clarifiant certains concepts de base dont la compréhension est critique sur le terrain pratique de l'évaluation, cette étude pourrait contribuer au renforcement des fondements d'un des domaines de l'IHM les plus propres à l'approche scientifique.

REMERCIEMENTS

Je remercie Shumin Zhai, Michel Beaudouin-Lafon, Olivier Chapuis, ainsi que Wendy Mackay et les membres de l'équipe In|Situ pour de nombreuses et fructueuses discussions à propos des loi de Fitts et d'A&Z. Ce travail a bénéficié des subventions de l'ACI Masses de données du Ministère de l'éducation, de la recherche et des nouvelles technologies (projet Micromégas) et de l'Agence nationale de la recherche (projet TennisServer).

BIBLIOGRAPHIE

1. Accot, J. and Zhai, S. Beyond Fitts' law : Models for trajectory-based HCI tasks. *Proc. CHI 1997*, ACM Press (1997), 295-302.
2. Accot, J. and Zhai, S. Performance evaluation of input devices in trajectory-based tasks : An application of the steering law. *Proc. CHI 1999*, ACM Press (1999), 466-472.
3. Accot, J. and Zhai, S. Scale effects in steering law tasks. *Proc. CHI 2001*, ACM Press (2001), 1-8.
4. Ahlström, D. Modeling and improving selection in cascading pull-down menus using Fitts' law, the steering law, and force fields. *Proc. CHI 2005*, ACM Press (2005), 61-70.
5. Bentham, J. *An introduction to the principles of morals and legislation*. Kessinger Publishing (1780/1823).
6. Dieudonné, J. *Pour l'honneur de l'esprit humain*. Paris: Hachette (1987).
7. Fitts, P.M. The information capacity of the human motor system in controlling the amplitude of movement. *J. Exp. Psychology. 47* (1954), 381-391. Reprinted in *J. Exp. Psychology: General 121*, 3 (1992), 262–269.
8. Kulikov, S., MacKenzie, I.S. and Stuerzlinger, W. Measuring the effective parameters of steering motions. *Ext. Abstracts of CHI 2005*, ACM Press (2005), 1569-1572.
9. MacKenzie, I.S. Fitts' law as a research and design tool in human-computer interaction. *Human-Computer Interaction 7* (1992), 91-139.
10. Meehl, P.E. The problem is epistemology, not statistics: Replace significance tests by confidence intervals and quantify accuracy of risky numerical predictions. In L.L. Harlow, S.A. Mulaik, and J.H. Steiger (Eds.), *What if there were no significance tests?* (pp. 393-425). Mahwah, NJ: Erlbaum (1997).
11. Meyer, D.E., Smith, J.E.K., Kornblum, S., Abrams, R.A., and Wright, C.E. Speed-accuracy tradeoffs in aimed movements: Toward a theory of rapid voluntary action. In M. Jeannerod (Ed.), *Attention and performance XIII* (pp. 173-226). Hillsdale, NJ: Erlbaum (1990).
12. Sen, A. *Inequality reexamined*. Oxford University Press, Oxford, UK, 1992.

13. Soukoreff, R.W., and MacKenzie, I.S. Towards a standard for pointing device evaluation: Perspectives on 27 years of Fitts' law research in HCI. *International J. Human-Computer Studies 61* (2004), 751-789.

14. Taylor, F.W. *The Principles of Scientific Management*, New York: Norton (1911/1967).

15. Thom, R. *Stabilité structurelle et morphogenèse*. Paris : Interédition (1975).

16. Zhai, S. Characterizing computer input with Fitts' law parameters-the information and non-information aspects of pointing. *International J. Human-Computer Studies 61* (2004), 791-809.